

Eclética Química

Print version ISSN 0100-4670 *On-line version* ISSN 1678-4618

Eclet. Quím. vol.23 São Paulo 1998

<http://dx.doi.org/10.1590/S0100-46701998000100010>

Medida da permeabilidade magnética em fio delgado ferromagnético

Baptista GARGIONE FILHO*

Waldir GÁRLIPP**

RESUMO: Neste trabalho foi obtida uma expressão algébrica que relaciona a permeabilidade magnética de um fio delgado retilíneo ferromagnético, com a força eletromotriz gerada nas suas extremidades pela variação no tempo de uma corrente elétrica aplicada.

PALAVRAS-CHAVE: Ferromagnetismo; curva de histerese; campo magnético; auto-indução magnética; permeabilidade magnética; susceptibilidade magnética.

Introdução

Diversos pesquisadores^{2,4-6,9} têm se dedicado a montar dispositivos eletroeletrônicos que permitem medir a permeabilidade magnética de ligas ferromagnéticas. Sistemas adotados para a medida desta propriedade física, em corpos de prova cilíndricos com diâmetros da ordem de 1 cm, se revelam inadequados para diâmetros inferiores a 1mm.

A medida da permeabilidade magnética via alguma propriedade física conhecida em um fio metálico retilíneo, exige que o mesmo tenha comprimento e diâmetro adequados. Uma corrente elétrica contínua bruscamente interrompida, ou alternada com frequência angular ω , ao percorrer o fio cria em seu redor um campo magnético circular, cujo valor é função do raio do círculo.

Para medir a permeabilidade magnética, todo o campo circular no interior do fio deve ser considerado até a posição do seu eixo. O raio máximo do fio deve ser tal que anule o efeito pele (*skin effect*), segundo as relações,

$$S = (2r / m\omega)^{0,5} \quad (1)$$

e

a = s

onde s = profundidade do efeito pele, a = raio máximo do fio, ω = frequência angular da corrente alternada, r = resistividade elétrica, m = permeabilidade magnética.

Cálculo da força eletromotriz gerada nas extremidades do fio ferromagnético pela variação da corrente elétrica em função do tempo.

Para um fio retilíneo de raio a e comprimento l , ligado a uma fonte com diferença de potencial E , com corrente elétrica bruscamente interrompida ou alternada e frequência angular ω , que satisfaça a condição (1), formado de n capas concêntricas com raios $R(r)$, associadas em paralelo (Figura 1), a corrente total é,

$$I = \int_0^a dI(r) \tag{2}$$

onde

$$dI(r) = (E - V(r)/R(r)) \tag{3}$$

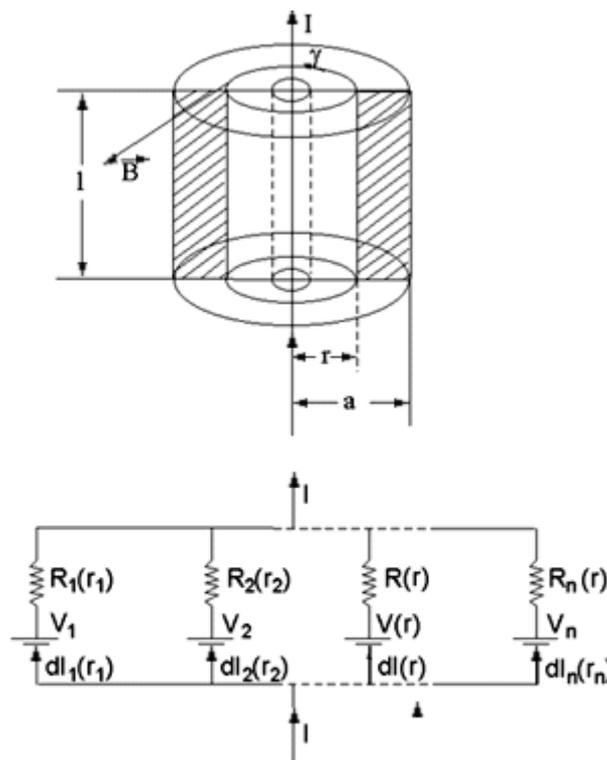


FIGURA 1 - Modelo simplificado.

Sendo $V(r)$ e $R(r)$, respectivamente a força eletromotriz gerada pela corrente elétrica variável no tempo e a resistência elétrica de cada capa concêntrica, onde

$$R(r) = r l / 2 \pi r dr \tag{4}$$

substituindo (4) em (3), resulta

$$I = \frac{\pi E a^2}{\rho l} - \frac{2\pi}{\rho l} \int_0^a V(r) r dr \quad (5)$$

Para

$$R(a) = \frac{\rho l}{\pi a^2}$$

resulta

$$IR = E - V_{\text{mag}} \quad (6)$$

onde

$$V_{\text{mag}} = \frac{2}{a^2} \cdot \int_0^a V(r) r dr \quad (7)$$

ou

$$V_{\text{mag}} = \frac{2}{a^2} \cdot V_{\text{total}} \quad (8)$$

Na hipótese da corrente elétrica ser contínua, a expressão (6) se torna

$$IR = E$$

de acordo com a lei de Ohm.

Supondo que:

- 1) a densidade de corrente elétrica no fio independe do raio do fio no limite do raio máximo a ;
- 2) a densidade de corrente elétrica de deslocamento $\delta \vec{D} / \delta t$ é muito menor que a densidade de corrente elétrica de condução $\vec{j}_0(t)$,

$$\frac{\delta \vec{D}}{\delta t} \ll \vec{j}_0(t) \quad (9)$$

onde t é o tempo;

- 3) a densidade de corrente elétrica de condução, dentro do erro de 1%, é uma função linear do tempo.

Para

$$j_0(t) = \frac{I}{\pi a^2} \quad (10)$$

e a corrente alternada I , onde ω é a frequência angular, temos,

$$I = I_0 \text{sen} \omega t \quad (11)$$

e para a interrupção brusca da corrente elétrica, onde t é o tempo de relaxação,⁸

$$I = I_0 \exp(-t/\tau) \quad (12)$$

que desenvolvidas em serie dão, respectivamente,

$$I = I_0 \left[\omega t - \frac{(\omega t)^3}{6} + \dots \right] \quad (13)$$

e

$$I = I_0 \left[1 - \frac{t}{\tau} + \frac{t^2}{2\tau^2} - \dots \right] \quad (14)$$

Permitindo-se desprezar os demais termos com erro de 1%, para $\omega t < 0,25$ e para $(1-t/\tau) < 0,92$, a Expressão (10) se torna, respectivamente,

$$j_0(t) = \frac{I_0 \omega t}{\pi a^2} \quad (15)$$

e

$$j_0(t) = I_0 \left[\frac{1 - (t/\tau)}{\pi a^2} \right] \quad (16)$$

ou

$$j_0(t) = \frac{I_0 m}{\pi a^2 \tau} \quad (17)$$

para

$$m = (\tau - t)$$

Fazendo

$$k = I_0 \omega \quad \text{e} \quad k = \frac{I_0}{\tau} \quad (18)$$

resulta

$$j_0(t) = \frac{kt}{\pi a^2} \quad (19)$$

Pela lei de Ampère,

$$\oint_{\gamma} \vec{H} dl = \int_S \left[\vec{j}_0(t) + \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} \right] \cdot d\vec{S} \quad (20)$$

onde \vec{H} é o vetor campo magnético.

Se

$$\frac{\delta \vec{D}}{\delta t} \ll \vec{j}_0(t)$$

a solução é

$$2\pi r H(r) = j_0(t) \int_0^r 2\pi r dr \quad (21)$$

resultando

$$H(r) = j_0(t) \cdot \frac{r}{2} \quad (22)$$

que permite calcular o campo magnético na parede de raio $r \leq a$.

O fluxo Φ do vetor indução magnética \vec{B} numa superfície $(a-r)l$ (Figura 1) é

$$\Phi(r) = - \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = - \int_r^a B l dr = - l B_m \int_r^a \mu H(r) [B_m^2 + \mu^2 H^2(r)]^{-0,5} \quad (23)$$

onde B é substituído por uma relação aproximada, para a curva de histerese de uma liga ferromagnética (Figura 2),

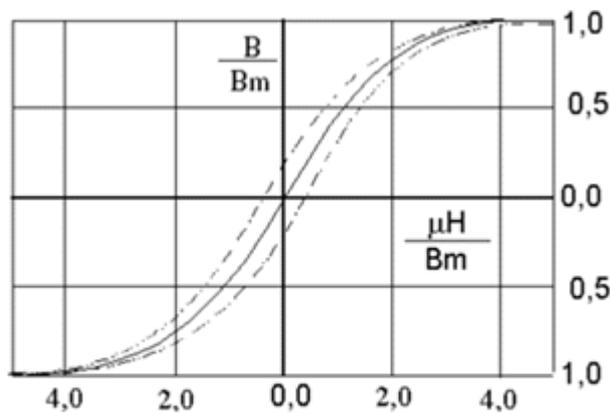


FIGURA 2 - Modelo de uma curva de histerese.

$$B = B_m \mu H(r) [B_m^2 + \mu^2 H^2(r)]^{-0,5} \quad (24)$$

derivada da expressão mais geral^{3,7}

$$B(r, t) = \frac{\mu [H(r, t) - H_c]}{\left\{ 1 + \mu^2 [H(r, t) - H_c]^2 / B_m^2 \right\}^{0,5}} \quad (25)$$

para

$$\left[\frac{(B_m / \mu)}{H_c} \right]^2 \gg 1 \quad (26)$$

onde a força coercitiva H_c do material é desprezada, $H(r)$ é a intensidade do vetor campo magnético $\vec{H}(r)$, B_m é a intensidade do vetor indução magnética máxima \vec{B}_m , μ a permeabilidade magnética.

Substituindo a expressão (22) em (23) obtém-se

$$\Phi(r,t) = -B_m l \left(\frac{\mu j_0}{2} \right) \int_r^a \left[B_m^2 + \left(\frac{\mu j_0}{2} \right)^2 r^2 \right]^{-0,5} dr \quad (27)$$

Fazendo

$$Z(t) = \left(\frac{\mu j_0}{2} \right)^2 \quad (28)$$

pela integração,

$$\Phi(r,t) = -B_m l \left(\frac{\mu j_0}{2} \right) \{ Z(t)^{-1} [Z(t)r^2 + B_m^2]^{0,5} \} \uparrow_r^a \quad (29)$$

$$\Phi(r,t) = -B_m l \cdot \left(\frac{\mu j_0}{2} \right) \left\{ \{ Z(t)^{-1} [Z(t)a^2 + B_m^2]^{0,5} \} - \{ Z(t)^{-1} [Z(t)r^2 + B_m^2]^{0,5} \} \right\} \quad (30)$$

$$\Phi(r,t) = -\frac{2\ddot{B}_m l}{\mu j_0} \left\{ \left[\left(\frac{\mu j_0}{2} \right)^2 a^2 + B_m^2 \right]^{0,5} - \left[\left(\frac{\mu j_0}{2} \right)^2 r^2 + B_m^2 \right]^{0,5} \right\} \quad (31)$$

Sendo

$$j_0 = \frac{kt}{\pi a^2} \text{ então } Z(t) = \left(\frac{\mu kt}{2\pi a^2} \right)^2 \text{ e para } A = \left(\frac{\mu k}{2\pi a^2} \right) \text{ resulta}$$

$$Z(t) = (At)^2 \quad (32)$$

daí,

$$\Phi(r,t) = -\left(\frac{B_m l}{At} \right) \left\{ \left[(At)^2 a^2 + B_m^2 \right]^{0,5} - \left[(At)^2 r^2 + B_m^2 \right]^{0,5} \right\} \quad (33)$$

Derivando $F(r,t)$ em relação ao tempo,

$$\frac{d\Phi(r,t)}{dt} = -\frac{B_m l}{At} \left\{ \left[(At)^2 a^2 + B_m^2 \right]^{-0,5} A^2 t a^2 - \left[(At)^2 r^2 + B_m^2 \right]^{-0,5} A^2 t r^2 \right\} - \frac{B_m l}{At^2} \left\{ \left[(At)^2 a^2 + B_m^2 \right]^{0,5} - \left[(At)^2 r^2 + B_m^2 \right]^{0,5} \right\} \quad (34)$$

$$\frac{d\Phi(r,t)}{dt} = -\frac{B_m l}{At^2} \left\{ \left[(At)^2 a^2 + B_m^2 \right]^{-0,5} A^2 t^2 a^2 - \left[(At)^2 r^2 + B_m^2 \right]^{-0,5} A^2 t^2 r^2 \right\} - \frac{B_m l}{At^2} \left\{ \left[(At)^2 a^2 + B_m^2 \right]^{0,5} - \left[(At)^2 r^2 + B_m^2 \right]^{0,5} \right\} \quad (35)$$

$$\frac{d\Phi(r,t)}{dt} = \frac{B_m l}{At^2} \left\{ \left[(At)^2 a^2 + B_m^2 \right]^{0,5} - \left[(At)^2 r^2 + B_m^2 \right]^{0,5} \right\} - A^2 t^2 \left\{ \left[(At)^2 a^2 + B_m^2 \right]^{-0,5} a^2 - \left[(At)^2 r^2 + B_m^2 \right]^{-0,5} r^2 \right\} \quad (36)$$

Substituindo A_t por bB_m e pondo em evidencia B_m ,

$$\frac{d\Phi(r,t)}{dt} = \frac{B_m l}{bt} \left\{ \left[b^2 a^2 + 1 \right]^{0,5} - \left[b^2 r^2 + 1 \right]^{0,5} - b^2 \left\{ \left[b^2 a^2 + 1 \right]^{-0,5} a^2 - \left[b^2 r^2 + 1 \right]^{-0,5} r^2 \right\} \right\} \quad (37)$$

A integração em função da variável r ,

$$\int_0^a V(r) r dr = \int_0^a \frac{d\Phi(r,t)}{dt} dr$$

tem como solução¹

$$\int_0^a V(r) r dr = \frac{B_m l}{bt} \left\{ \frac{\left(b^2 a^2 + 1 \right)^{0,5} a^2}{2} - \frac{\left[\left(b^2 a^2 + 1 \right)^{1,5} - 1 \right]}{3b^2} - b^2 \left\{ \frac{\left[\left(b^2 a^2 + 1 \right)^{-0,5} \right] a^4}{2} + \frac{\left[\left(b^2 a^2 + 1 \right)^{0,5} - 1 \right]}{b^4} - \frac{\left[\left(b^2 a^2 + 1 \right)^{1,5} - 1 \right]}{3b^4} \right\} \right\} \quad (38)$$

Para um tempo curto

$$t \ll \frac{2\pi a B_m}{\mu k} \quad (39)$$

a Expressão (38) se reduz a

$$\int_0^a V(r) r dr \approx \frac{a^2 \mu k l}{2\pi} \quad (40)$$

Das Expressões (7) e (18) se tem, respectivamente,

$$V_{mag} = \frac{\mu I_0 l \omega}{\pi} \quad (41)$$

$$V_{mag} = \frac{\mu I_0 l}{\pi \tau} \quad (42)$$

de onde se obtém

$$\mu = \frac{\pi V_{mag}}{I_0 l \omega} \quad (43)$$

e

$$\mu = \frac{\pi V_{mag} \tau}{I_0 l} \quad (44)$$

Desde que $\omega = 2\pi n$, onde n é a frequência da corrente I_0 aplicada,

$$\mu = \frac{V_{\text{mag}}}{2I_0lv} \quad (45)$$

Resultado e discussão

As Expressões (44) e (45) possuem dimensão correta e permitem a utilização de medidas físicas conhecidas, como a força eletromotriz V_{mag} , a corrente elétrica I_0 e sua frequência n , o tempo de relaxação t e o comprimento do fio l .

Considerações limitantes, adotadas no cálculo, obrigam a adoção de um sistema de medidas relativamente adequado e sensível.

Conclusão

Utilizando as leis principais do eletromagnetismo e de uma equação aproximada que interpreta a curva de histerese magnética, foi obtida uma equação que calcula a permeabilidade magnética de um fio retilíneo ferromagnético.

Agradecimento

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro.

GARGIONE FILHO, B., GÁRLIPP, W. Magnetic permeability measurement in a slim ferromagnetic wire. *Ecl. Quím. (São Paulo)*, v.23, p.111-122, 1998.

ABSTRACT: In this work, an algebraic equation that connects the magnetic permeability of a slim and linear ferromagnetic wire, with the e. m. f. produced at its ends by the change of an applied electrical current, was obtained.

KEYWORDS: Ferromagnetism; hysteresis curve; magnetic field; self-magnetic induction; magnetic permeability; magnetic susceptibility.

Referências bibliográficas

- 1 ANTON, H. Calculus with analytic geometry, 3. ed., N. York: John Wiley & Sons, 1988.
- 2 BOZORTH, R. M., Measurement of magnetic quantities-Common methods. In _____, Ferromagnetism. Princenton, New Jersey: D. Van Nostrand Company Inc., 1956.
- 3 GARGIONE FILHO, B., *Medidas AC de Permeabilidade Magnética para uma direção de magnetização transversal*, São Carlos, 1968. 61 p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

4 GÁRLIPP, W., DE MARCHI, A., *Projeto, Construção e Calibração de um Permeâmetro Magnético*, São Carlos. Publicação n. 153, Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1968, 39 p.

5 HOLLAND, L. R., SMITH, R. C., Analysis of temperature fluctuations in AC heated filaments, *J. Appl. Phys.* v.37, n.12, p.4528-36, 1966.

6 POTTER, H. H., The electrical resistance of ferromagnetics, *Proc. Phys. Soc.*, v.49, p. 671-78, 1943.

7 TALMAG, R. A., Comportamento magnetomecânico de fios de Ferro e Níquel, São José dos Campos, 1970, 80 p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Tecnológico da Aeronáutica - Ministério da Aeronautica.

8 TAMM, I. E., Quasistationary electromagnetic field. In _____, Fundamentals of the theory of electricity, Moscou: Mir Publishers, 1979.

9 WALLACE, D. C., SIDLES, P.H., DANIELSON, G. C., Specific heat of high purity iron by a pulse heating method, *J. Appl. Phys.*, v.31, n.1, p.168-76, 1960.

Recebido em 16.2.1998.

Aceito em 30.3.1998

* Reitoria - Universidade Vale do Paraíba - UNIVAP - 12245-720 - São José dos Campos - SP - Brasil

** Departamento de Físico-Química - Instituto de Química - UNESP - 14801-900 - Araraquara - SP - Brasil